

Üstel Öğrenme ve Genel Bozulma Etkili Akış Tipi Çizelgeleme Problemi: Maksimum Tamamlanma Zamanı Minimizasyonu

Tamer Eren

Kırıkkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 71451, Kırıkkale, TÜRKİYE,
tamereren@gmail.com

Özet

Bu çalışmada iki makineli akış tipi çizelgeleme problemi üstel öğrenme ve genel bozulma etkili durumda ele alınmıştır. Ele alınan performans ölçütü maksimum tamamlanma zamanıdır. Klasik durumda maksimum tamamlanma zamanı problemi Johnson Algoritmasıyla optimum olarak çözülebilmektedir. Ele alınan üstel öğrenme ve genel bozulma etkili durumda ise Johnson Algoritması ile optimal çözümün garanti etmediği gösterilmiştir. Problem için 0-1 doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiştir.

Anahtar kelimeler: Akış tipi çizelgeleme, üstel öğrenme etkisi, bozulma etkisi, maksimum tamamlanma zamanı, 0-1 doğrusal olmayan programlama.

Flowshop Scheduling Problem with Effects of Exponential Learning and General Deterioration: Makespan Minimization

Abstract

In this study the effects of exponential learning and general deterioration in a two-machine flowshop scheduling. The objective is to find a sequence that minimizes makespan. This study shows that Johnson Algorithm which guarantees the optimal solution in classical situation (without learning and/or deterioration effect), cannot guarantee the best results in the situation with learning effect. A 0-1 nonlinear programming model is developed for solving these problems.

Keywords: Flowshop scheduling, effects of exponential learning, deterioration effect, makespan, 0-1 nonlinear programming.

1. Giriş

Çizelgeleme problemlerinin birçoğunda işlerin işlem zamanları sabit kabul edilerek çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Halbuki işlerin işlem zamanları, tekrarı nispetinde artıp azalabilmektedir. Son yıllarda bu durumu dikkate alan birçok çalışmaya rastlamak mümkündür[1,2]. Bu çalışmada da üstel öğrenme ve genel bozulma etkili akış tipi çizelgeleme problemi ele alınmıştır.

Çizelgelemede farklı fonksiyonlarla öğrenme ve bozulmanın aynı anda uygulandığı bir çok çalışma mevcuttur. Tek makinede; Wang ve Cheng [3], Wang [4,5], Cheng vd. [6], Sun [7], Wang vd. [8,9], Huang vd. [10], Lee ve Lai [11] ile Wu vd. [12] Wang vd. [13] Toksarı vd. [14] Cheng vd. [15] Yang ve Kuo [16], Wang ve Guo [17] Wang ve Wang [18], Yang ve Yang [19], Huang vd. [20], Yang [21], Bai [22] Wang vd. [23] Yang [24,25], Toksarı [26] Yang ve Kuo [27] Lee [28] Eren [29] ve Wang vd. [30]. Akış tipi çizelgeleme probleminde öğrenme etkisi ise, Eren ve Güner [31-35], Eren [36,37]'dir.

Bu çalışmada da üstel öğrenme ve genel bozulmanın olduğu iki makineli akış tipi çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Öğrenme ve bozulma Wang vd. [30] çalışmasındaki fonksiyon kullanılmıştır. Klasik durumda (öğrenme ve/veya bozulma olmadığı) problem Johnson Algoritması [38] ile optimal çözüm bulunabilirken, ele alınan problem tipinde Johnson Algoritmanın [38] optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Problemin optimal çözümünü bulmak için doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiştir.

Çalışmanın planı şu şekildedir: İkinci bölümde ele alınan problem tanımlanmıştır. Üçüncü bölümde ele alınan problemin Johnson Algoritması [38] ile optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Dördüncü bölümde problemin optimal çözümlerini bulmak için 0-1 doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiştir. Son bölüm olan beşinci bölümde yapılan çalışma değerlendirilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar hakkında önerilerde bulunulmuştur.

2. Problemin Tanımlanması

Bu çalışmada üstel öğrenme etkili ve genel bozulma etkisi iki makineli akış tipinde ele alınmıştır. Öğrenme ve bozulma fonksiyonu Wang vd. [30] çalışmasından alınmıştır. Tüm işler hazır durumda ve makinelerin bozulmadığı varsayılmaktadır. İşler önce birinci makinede daha sonra ikinci makinede işlem görmektedir. Makine i 'de j işinin işlem zamanı p_{ji} olarak tanımlanmaktadır. $\alpha(t) > 0$ 'dır ve bozulma fonksiyonudur. $p_{jr}(t)$, j işinin r . pozisyonunda t zamanında işlem zamanını göstermektedir. Problemin fonksiyonu $p_{jir}(t) = p_j \alpha(t) (\beta a^{r-1} + \gamma)$ 'dir. Burada $\beta > 0$ ve $\gamma \geq 0$ 'dir. Öğrenme indeksi $0 < a \leq 1$ 'dir. Problemin amaç fonksiyonu maksimum tamamlanma zamanının en küçüklenmesidir. Problem, $F_2/p_{jir}(t) = p_j \alpha(t) (\beta a^{r-1} + \gamma)/C_{max}$ ile ifade edilmektedir.

3. Ele Alınan Problemin Çözümü

Ele alınan problemin Johnson Algoritması [38] ile optimal çözümü garanti etmediği örnek üzerinde gösterilecektir.

Örnek:

İki makineli akış tipinde bozulma fonksiyonu $0 \leq t \leq 2$ için $\alpha(t) = 1$ ve $t \geq 2$ için $\alpha(t) = t - 1$ 'dir. Öğrenme indeksi $a = 0.5$ 'dir. $\beta = 0.4$ ve $\gamma = 0.6$ 'dir. İşlerin işlem zamanları Tablo 1'de verilmiştir. Bu verilere göre tüm alternatiflere göre maksimum tamamlanma zamanı sonuçlarını bulalım.

Tablo 1. Örnek verileri

j	1	2	3	4
p_{j1}	4	5	10	7
p_{j2}	8	3	6	9

Çözüm:

Verilen örneğin $4! = 24$ alternatifi vardır. Tüm alternatiflerin çözüm sonuçları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Örnek'in çözüm sonuçları

No	Sıralama	C_{max}	No	Sıralama	C_{max}
1	1-2-3-4	1323.31	13	3-1-2-4	1542.91
2	1-2-4-3	1276.03	14	3-1-4-2	1406.23
3	1-3-2-4	1347.41	15	3-2-1-4	1531.70
4	1-3-4-2	1196.04	16	3-2-4-1	1527.44
5	1-4-2-3	1300.41	17	3-4-1-2	1420.85
6	1-4-3-2	1196.33	18	3-4-2-1	1553.26
7	2-1-3-4	1139.41	19	4-1-2-3	1495.08
8	2-1-4-3	1108.93	20	4-1-3-2	1388.89
9	2-3-1-4	1152.30	21	4-2-1-3	1482.15
10	2-3-4-1	1150.15	22	4-2-3-1	1525.17
11	2-4-1-3	1120.38	23	4-3-1-2	1403.22
12	2-4-3-1	1148.71	24	4-3-2-1	1552.43

Problem Johnson Algoritması [38] ile çözüldüğünde sıralama 1-4-3-2 ve $C_{max} = 1196.33$ 'tür. Halbuki problemin optimal çözümü Tablo 2'de ise 2-1-4-3 sıralaması ile $C_{max} = 1108.93$ optimal çözümdür. Ele alınan problem Johnson Algoritması [38] ile optimal çözümü garanti etmediği görülmektedir. Ele alınan problemin optimum çözümünü bulmak için doğrusal olmayan programlama modeli önerilecektir.

4. Önerilen 0-1 Doğrusal Olmayan Programlama Modeli

Modelde kullanılan parametre ve değişkenler aşağıda verilmiştir.

Parametreler:

j	iş indeksi	$j = 1, \dots, n.$
a	öğrenme indeksi	$0 < a \leq 0$
β	parametre	$\beta > 0$
γ	parametre	$\gamma \geq 0$
p_{ji}	j işinin i . makede işlem zamanı	$j = 1, \dots, n. \quad i = 1, 2.$

Karar değişkenleri:

Z_{jr}	Eğer j işi r . pozisyona atanırsa 1 aksi halde 0	$j = 1, \dots, n.$	$r = 1, \dots, n.$
$p_{[ri]}$	i . makinede r . pozisyona atanan işin işlem zamanı	$i = 1, 2.$	$r = 1, \dots, n.$
$p_{[ri]}^*$	i . makinede r . pozisyona atanan işin öğrenme ve bozulma etkili işlem zamanı	$i = 1, 2.$	$r = 1, \dots, n.$
$C_{[ri]}$	i . makinede r . pozisyona atanan işin tamamlanma zamanı	$i = 1, 2.$	$r = 1, \dots, n.$

Problemin optimal çözümü bulmak için matematiksel programlama modeli önerilmiştir. Model $n^2 + 6n$ değişkenli ve $9n$ kısıtlıdır.

Model:

$$\text{Min } C_{n2} \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n Z_{jr} = 1 \quad r = 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^n Z_{jr} = 1 \quad j = 1, \dots, n. \quad (3)$$

$$p_{[ri]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} p_{ji} \quad i = 1, 2. \quad r = 1, \dots, n. \quad (4)$$

$$p_{[11]}^* = p_{[11]} \quad r = 1, \dots, n. \quad (5)$$

$$p_{[12]}^* = p_{[12]} \quad r = 1, \dots, n. \quad (6)$$

$$p_{[ri]}^* = p_{[ri]} * (\sum_{k=1}^{r-1} p_{ki}^* - 1) * (\beta * a^{r-1} + \gamma) \quad i = 1, 2. \quad r = 1, \dots, n. \quad (7)$$

$$C_{r1} = C_{r-1,1} + p_{[r1]}^* \quad r = 1, \dots, n. \quad (8)$$

$$C_{r2} \geq C_{r1} + p_{[r2]}^* \quad r = 1, \dots, n. \quad (9)$$

$$C_{r2} \geq C_{r-1,2} + p_{[r2]}^* \quad r = 1, \dots, n. \quad (10)$$

$$Z_{jr}: 0 - 1 \quad C_{01} = C_{02} = 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad r = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Denklem (1) amaç fonksiyonu maksimum tamamlanma zamanını minimize etmeyi, Denklem (2), r . pozisyona sadece bir tek işin atanmasını, Denklem (3), her bir işin sadece bir kez çizelgelenmesini ifade etmektedir. Denklem (4), r . pozisyon i . makineye atanan işin işlem zamanını tanımlamaktadır. Denklem (5) ve Denklem (6) sırasıyla birinci pozisyondaki işin birinci ve ikinci makinede işlem zamanı göstermektedir. Denklem (7), r . pozisyon i . makinedeki işin öğrenme ve bozulma etkili işlem zamanı göstermektedir. Denklem (8), birinci makinede r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanı, Denklem (9) ve Denklem (10) ikinci makinede r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanı ifade etmektedir. Denklem (11) ise 0-1 ve diğer değişkenleri tanımlamaktadır.

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada iki makineli akış tipi çizelgeleme probleminde üstel öğrenme etkili ve genel bozulma olduğu durum ele alınmıştır. Problemin amacı maksimum tamamlanma zamanını enküçükmektir. Klasik durumda maksimum tamamlanma zamanını minimize eden Johnson Algoritmasının, ele alındığı durumda optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Problemin optimal çözümlerini bulmak için 0-1 doğrusal olmayan programlama modeli önerilmiştir.

Önerilen yöntemle, optimal çözümler ancak küçük boyutlu problemler için bulunabilecektir. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için sezgisel yaklaşımlar geliştirmekte ilgi çekici araştırma konusu olabilir.

Bundan sonraki çalışmada akış tipi çizelgeleme probleminde iki makineden çok olduğu durumda ele alınabileceği gibi, farklı öğrenme ve bozulma etkisi fonksiyonları içinde çözüm yaklaşımları geliştirilebilir.

6. Kaynaklar

- [1] Eren T, Human and machine effects in a just-in-time scheduling problem. *Human Factors and Ergonomics in Manufacturing* 2009; 19(4): 294-299.
- [2] Eren T, A bicriteria parallel machine scheduling with a learning effect of setup and removal times. *Applied Mathematical Modelling* 2009; 33(2): 1141-1150.
- [3] Wang X, Cheng TCE, Single machine scheduling with deteriorating jobs and learning effects to minimize the makespan. *European Journal of Operational Research* 2007; 178: 57-70.
- [4] Wang JB, Single-machine scheduling problems with the effects of learning and deterioration. *Omega* 2007; 35: 397-402.
- [5] Wang JB, Single-machine scheduling with learning effect and deteriorating jobs. *Computers & Industrial Engineering* 2009; 57: 1452-1456.
- [6] Cheng TCE, Wu CC, Lee WC, Some scheduling problems with deteriorating jobs and learning effects. *Computers & Industrial Engineering* 2008; 54: 972-982.
- [7] Sun L, Single-machine scheduling problems with deteriorating jobs and learning effects, *Computers & Industrial Engineering* 2009; 57: 843-846.
- [8] Wang JB, Huang X, Wang XY, Yin N, Wang LY, Learning effect and deteriorating jobs in the single machine scheduling problems. *Applied Mathematical Modelling* 2009; 33: 3848-3853.
- [9] Wang JB, Hsu CJ, Yang DL, Single-machine scheduling with effects of exponential learning and general deterioration. *Applied Mathematical Modelling* 2013; 37(4): 2293-2299.
- [10] Huang X, Wang JB, Wang LY, Gao WJ, Wang XR, Single machine scheduling with time-dependent deterioration and exponential learning effect. *Computers & Industrial Engineering* 2010; 58: 58-63.
- [11] Lee WC, Lai PJ, Scheduling problems with general effects of deterioration and learning. *Information Sciences* 2011; 181: 1164-1170.
- [12] Wu YB, Wang MZ, Wang JB, Some single-machine scheduling with both learning and deterioration effects. *Applied Mathematical Modelling* 2011; 35: 3731-3736.
- [13] Wang LY, Wang JB, Wang D, Yin N, Huang X, Feng EM, Single-machine scheduling with a sum-of-processing-time based learning effect and deteriorating jobs. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2009; 45: 336-340.
- [14] Toksarı MD, Oron D, Güner E, Single machine scheduling problems under the effects of nonlinear deterioration and timedependent learning. *Mathematical and Computer Modelling* 2009; 50: 401-406.

- [15] Cheng TCE, Lee WC, Wu CC, Scheduling problems with deteriorating jobs and learning effects including proportional setup times. *Computers & Industrial Engineering* 2010; 58: 326–331.
- [16] Yang DL, Kuo WH, Some scheduling problems with deteriorating jobs and learning effects. *Computers & Industrial Engineering* 2010; 58: 25–28.
- [17] Wang JB, Guo Q, A due-date assignment problem with learning effect and deteriorating jobs. *Applied Mathematical Modelling* 2010; 34: 309–313.
- [18] Wang JB, Wang C, Single-machine due-window assignment problem with learning effect and deteriorating jobs. *Applied Mathematical Modelling* 2011; 35: 4017–4022.
- [19] Yang SJ, Yang DL, Single-machine group scheduling problems under the effects of deterioration and learning. *Computers & Industrial Engineering* 2010; 58: 754–758.
- [20] Huang X, Wang MZ, Wang JB, Single-machine group scheduling with both learning effects and deteriorating jobs. *Computers & Industrial Engineering* 2011; 60: 750–754.
- [21] Yang SJ, Group scheduling problems with simultaneous considerations of learning and deterioration effects on a single-machine. *Applied Mathematical Modelling* 2011; 35: 4008–4016.
- [22] Bai J, Li ZR, Huang X, Single machine group scheduling with general deterioration and learning effects. *Applied Mathematical Modelling* 2012; 36: 1267–1274.
- [23] Wang JB, Wang D, Zhang GD, Single-machine scheduling problems with both deteriorating jobs and learning effects. *Applied Mathematical Modelling* 2010; 34: 2831–2839.
- [24] Yang SJ, Single-machine scheduling problems with both start-time dependent learning and position dependent aging effects under deteriorating maintenance consideration. *Applied Mathematics and Computation* 2010; 217: 3321–3329.
- [25] Yang SJ, Single-machine scheduling problems simultaneously with deterioration and learning effects under deteriorating multimaintenance activities consideration. *Computers & Industrial Engineering* 2012; 62: 271–275.
- [26] Toksarı MD, A branch and bound algorithm for minimizing makespan on a single machine with unequal release times under learning effect and deteriorating jobs. *Computers & Operations Research* 2011; 38: 1361–1365.
- [27] Yang DL, Kuo WH, Scheduling with deteriorating jobs and learning effects. *Applied Mathematics and Computation* 2011; 218: 2069–2073.
- [28] Lee WC, Single-machine scheduling with past-sequence-dependent setup times and general effects of deterioration and learning. *Optimization Letters* 2014; 8: 135–144.
- [29] Eren T, Öğrenme ve bozulma etkili tek makineli çizelgeleme problemleri. *International Journal of Engineering Research and Development*, 2014; 6(1): 1-6.
- [30] Wang JB, Hsu, CJ, Yang DL, Single-machine scheduling with effects of exponential learning and general deterioration. *Applied Mathematical Modelling* 2013; 37: 2293–2299.
- [31] Eren T, Güner E, Akış tipi çizelgeleme problemlerinde işe-bağımlı öğrenme etkisi. *Savunma Bilimleri Dergisi* 2003; 2(2): 1-11.
- [32] Eren T, Güner E, Öğrenme etkili akış tipi çizelgeleme probleminde ortalama akış zamanının enküçüklenmesi. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi* 2004; 19(2): 119-124.
- [33] Eren T, Güner E, Öğrenme etkili akış tipi çizelgeleme problemlerinde maksimum tamamlanma zamanı minimizasyonu. *Teknoloji Dergisi* 2005; 8 (4): 341-348.

- [34] Eren T, Güner E, Hazırlık zamanlarının öğrenme etkili olduğu durumda bir akış tipi çizelgeleme problemi. *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi* 2007; 22 (2): 353-362.
- [35] Eren T, Güner E, A bicriteria flowshop scheduling with a learning effect. *Applied Mathematical Modelling* 2008; 32 (9): 1719-1733.
- [36] Eren T, A bicriteria m-machine flowshop scheduling with sequence-dependent setup times. *Applied Mathematical Modelling* 2010; 34 (2): 284-293.
- [37] Eren T, Minimizing Completion Time Variance in a Flowshop Scheduling Problem with a Learning Effect. *Gazi University Journal Of Science* 2013; 26 (3): 289-397.
- [38] Johnson SM, Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly* 1954; 1(1): 61-68.